

Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение
«Школа №103 с углубленным изучением отдельных предметов»

НАУЧНОЕ ОБЩЕСТВО УЧАЩИХСЯ

ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ РАБОТА

Задача одна – решений много.

Автор:

Аракчеев Артём

5 «Б» класс

Научный руководитель:

Курганова Галина Алексеевна,

учитель математики

г. Нижний Новгород

2024

Содержание

Введение.....	3
ГЛАВА 1 Способы решения математических задач.....	5
1.1 Многообразии способов решения текстовых задач.....	5
1.2 Метод подбора.....	5
1.3 Арифметический способ.....	5
1.4 Алгебраический способ.....	6
1.5 Схематический способ.....	6
1.6 Табличный способ.....	6
1.7 Метод Прокруста.....	6
ГЛАВА 2. Решение задачи разными способами.....	8
2.1 Решение задачи методом подбора.....	8
2.2 Решение задачи арифметическим способом.....	8
2.3 Решение задачи алгебраическим способом.....	8
2.4 Решение задачи схематическим способом.....	9
2.5 Решение задачи табличным способом.....	10
2.6 Решение задачи методом Прокруста.....	10
Заключение.....	12
Список используемых источников и литературы.....	13
Приложения.....	14

Введение

«Лучше решить одну задачу несколькими методами,
чем несколько задач - одним»

(Д. Пойя)

Задачи играют большую роль в изучении математики. Решение задач развивает наблюдательность, логическое мышление, сообразительность, воображение, интеллект. Известный математик и педагог А.И. Маркушевич говорил: «Кто с детских лет занимается математикой, тот развивает внимание, тренирует свой мозг, свою волю, воспитывает настойчивость и упорство в достижении цели».

Отыскание различных способов решения задач – важнейшее средство развития творческого мышления. Поэтому при изучении математики целесообразно решать одну и ту же задачу несколькими способами. Это способствует развитию творчества, повышению интереса к предмету, умению подходить к решению задачи с разных сторон.

Навыки решения текстовых задач закладываются еще в начальной школе. Однако на уроках математики в 5 классе мы узнали, что одну и ту же задачу можно решить разными способами. Замечено, что одни ребята предпочитают решать задачи по действиям, а другие – с помощью уравнения или методом подбора. И даже решая задачу по действиям, можно пойти разными путями.

На уроке математики нашим учителем была организована интересная игра «Путешествие в сказочную страну математики». На станции «Поэтическая» персонажи Знайка и Незнайка предложили нам решить следующую задачу, которая была изложена в стихотворной форме:

По тропинке вдоль кустов шло 11 хвостов.

Сосчитать я также смог, что шагало 30 ног.

Это вместе шли куда-то петухи и поросята.

А теперь вопрос таков: сколько было петухов?

И узнать я был бы рад, сколько было поросят?

Эту задачу мы с одноклассниками решили с помощью уравнения, но меня заинтересовало, есть ли другие способы решения этой задачи.

Актуальность выбранной темы обусловлена тем, что значительная часть каждого урока математики отводится решению задач. Однако время на уроке ограничено, поэтому важно владеть разными способами решения задач, чтобы применить наиболее быстрый и эффективный.

Цель моей работы – исследование различных способов решения одной математической задачи.

Для достижения данной цели необходимо решить следующие задачи:

- провести опрос среди моих ровесников, чтобы выяснить, какие способы решения задач им известны;
- изучить научную литературу по данной теме;
- описать различные способы решения математических задач;
- применить различные способы при решении одной задачи;
- сравнить различные методы решения текстовых задач;
- показать преимущество знаний различных способов решения задач.

Для написания работы источником послужили книги: Д. Пойа «Как решать задачу», Л.М. Фридман «Как научиться решать задачу», Спивак А.В. «Тысяча и одна задача по математике: Книга для учащихся 5-7 классов» и другие, а также интернет-ресурс urokisovy.ru.

ГЛАВА 1. Способы решения математических задач.

1.1 Многообразие способов решения текстовых задач

В рамках написания данной исследовательской работы я провел небольшой опрос среди моих друзей и знакомых, которые учатся в 5 и 6 классах. Всего в моем опросе приняли участие 20 человек. Мне было интересно выяснить, какие способы решения задач им известны. На мой вопрос: «Какие способы решения текстовых задач вы знаете?» я получил следующие ответы, представленные в виде диаграммы (Рис. 1. «Результаты опроса»):

- 4 человека из опрошенных на мой вопрос ответили: «По действиям»;
- 6 человек сказали: «С помощью уравнения»;
- 10 человек назвали оба способа: «По действиям» и «С помощью уравнения».

Интересно отметить, что лишь несколько ребят назвали вышеупомянутые способы, как арифметический и алгебраический. Других способов решения текстовых задач опрошенные учащиеся не назвали.

Меня заинтересовало, какие еще методы решения задач существуют, и я принялся изучать литературу по данной теме.

1.2 Метод подбора.

Решить задачу методом подбора – значит найти ответ на поставленный вопрос задачи путем рассмотрения всех возможных вариантов и нахождения того, который удовлетворяет условию данной задачи.

1.3 Арифметический способ

Решить задачу арифметическим способом - значит найти ответ на требование задачи, выполняя арифметические действия над числовыми данными из условия задачи, составив числовое выражение, а конечный результат вычислений будет являться ответом на вопрос задачи.

1.4 Алгебраический способ

Решить задачу алгебраическим способом - значит найти ответ на требование задачи, составив и решив уравнение или систему уравнений (или неравенств).

Известный американский педагог и математик Д.Пойа пишет, что «составить уравнение – значит выразить символами условие, сформулированное словами. Это перевод с обычного языка на язык математических формул. Трудности, которые могут встретиться при составлении уравнений, являются трудностями перевода».

Алгебраический способ решения задач является самым распространенным и наиболее общим в школьном курсе изучения математики.

1.5 Схематический способ

Решить задачу схематическим способом - значит найти ответ на требование задачи, как правило, с помощью схем. Схематический способ решения задач - это старинный способ, который был известен ещё в Древней Греции во времена Пифагора, а в 18-19 веках успешно использовался купцами при торговле смешанным товаром.

1.6 Табличный способ

Решить задачу табличным способом - значит решить задачу с помощью таблиц, в которые вносятся все возможные варианты решения задачи. Табличный способ предполагает рассмотрение каждого возможного из множества вариантов, занесенных в таблицу, с целью подбора единственно верного варианта, подходящего по условиям задачи.

1.7 Метод Прокруста

Прокру́ст — персонаж мифов Древней Греции, разбойник, подстерегавший путников на дороге. Он обманом заманивал в свой дом путников, а затем укладывал их на свое ложе, и тем, кому оно было коротко,

обрубал ноги, а кому было велико, ноги вытягивал по длине этого ложа. Пришлось на это ложе лечь и самому Прокрусту: герой древнегреческих мифов Тесей, победив Прокруста, поступил с ним так же, как тот поступал со своими пленниками.

Со слов автора книги "Тысяча и одна задача по математике" А. В. Спивака, «метод Прокруста» заключается в следующем: «Отрезать лишнее и добавить недостающее - вот прием, полезный для решения следующих задач».

ГЛАВА 2. Решение задачи разными способами.

2.1 Решение задачи методом подбора.

По условию задачи «шло 11 хвостов», это означает, что шло 11 животных, так как и у поросят, и у петухов по одному хвосту.

Пусть поросят будет 2, а петухов – 9. Тогда: $9 \times 2 + 2 \times 4 = 26$ (ног) – не подходит по условию;

Пусть поросят будет 3, а петухов – 8. Тогда: $8 \times 2 + 3 \times 4 = 28$ (ног) – не подходит по условию;

Пусть поросят будет 4, а петухов – 7. Тогда: $7 \times 2 + 4 \times 4 = 30$ (ног) – подходит по условию.

Ответ: 4 поросёнка, 7 петухов.

2.2 Решение задачи арифметическим способом.

Если предположить, что все животные двуногие, тогда:

1) $2 \times 11 = 22$ (н.) было всего;

2) $30 - 22 = 8$ (н.) – разница;

3) $4 - 2 = 2$ (н.) – разница в количестве ног у поросят и петухов;

4) $8 : 2 = 4$ – поросёнка;

5) $11 - 4 = 7$ – петухов.

Ответ: 4 поросёнка, 7 петухов.

2.3. Решение задачи алгебраическим способом.

Названия животных	Количество животных	Количество ног
Поросята	x	$4x$
Петухи	$11-x$	$2(11-x)$
Всего		30

Составим и решим уравнение.

$$4x + 2(11 - x) = 30;$$

$$4x + 22 - 2x = 30;$$

$$2x = 8;$$

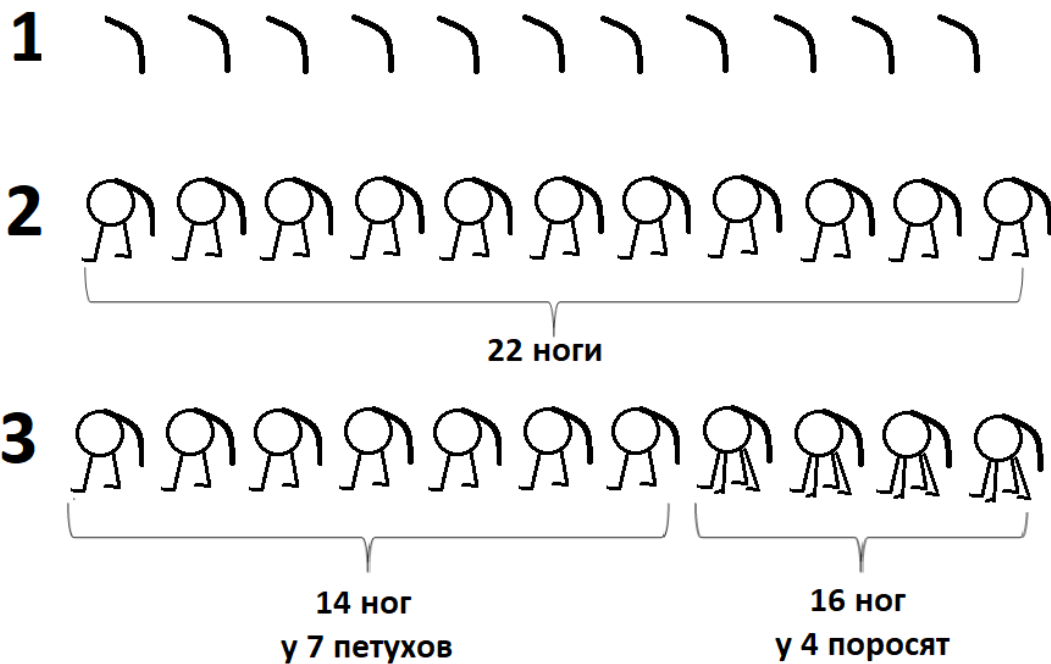
$x = 4$.

4 поросёнка;

$11 - 4 = 7$ – петухов.

Ответ: 4 поросёнка, 7 петухов.

2.4 Решение задачи схематическим способом.



Вначале я схематично изобразил 11 хвостов. Затем представил, что все они принадлежат петухам, и дорисовал к ним по 2 ноги. В общей сложности получилось 22 ноги, но по условию задачи «шагало 30 ног». Стало очевидно, что не хватает 8 ног, которые я и распределил между последними четырьмя хвостами – добавил к каждому по 2 ноги. Таким образом, получилось 7 петухов, у которых по 2 ноги, и 4 поросенка, у которых по 4 ноги.

Ответ: 7 петухов, 4 поросенка.

2.5 Решение задачи табличным способом.

	петухи	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
поросята	ноги										
1		6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
2		10	12	14	16	18	20	22	24	26	28
3		14	16	18	20	22	24	26	28	30	32
4		18	20	22	24	26	28	30	32	34	36
5		22	24	26	28	30	32	34	36	38	40
6		26	28	30	32	34	36	38	40	42	44
7		30	32	34	36	38	40	42	44	46	48
8		34	36	38	40	42	44	46	48	50	52
9		38	40	42	44	46	48	50	52	54	56
10		42	44	46	48	50	52	54	56	58	60

	петухи	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
поросята	хвосты										
1		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2		3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3		4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
4		5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
5		6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
6		7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
7		8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
8		9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
9		10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
10		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Для решения данной задачи используем две таблицы, в первой из которых мы пропорционально увеличиваем количество ног животных, а во второй – их хвосты. Выписав в эти таблицы все возможные варианты, мы рассматриваем каждый из них и выбираем из этого множества только тот, который подходит под условия нашей задачи. При условии, что имеются 11 хвостов и 30 ног, это означает, что всего 7 петухов и 4 поросенка. Учитывая данные, внесенные в таблицы, это единственный возможный вариант, подходящий под условия задачи.

2.6 Решение задачи методом Прокруста.

По условию задачи «шло 11 хвостов», это означает, что шло 11 животных, так как и у поросят, и у петухов по одному хвосту. Но проблема в том, что ног у петухов и поросят не поровну. Уравняем их количество: пусть у поросят тоже будет по 2 ноги (мысленно поставим поросят на задние ноги, а передние пусть болтаются в воздухе). Тогда, раз животных 11, на земле находятся 22 ноги – по 2 на каждое животное. При этом по условию у них 30 ног – то есть, 8 ног остались неучтенными. Поросята стоят на задних ногах, а

их передние ноги мы не считали. Значит, их как раз 8. Поскольку у каждого поросенка по 2 передних ноги, то всего поросят $8:2=4$. Если поросят 4, то петухов 7.

Ответ: 7 петухов, 4 поросенка.

Заключение

Рассматривая и анализируя литературу по теме, я пришел к выводу, что существует множество способов решения математических задач. На основе изученного материала были описаны различные способы решения задач: метод подбора, арифметический, алгебраический, схематический, табличный, метод Прокруста.

Задача «о хвостах и ногах» была решена мной с помощью шести различных способов, которые продемонстрированы в работе. Таким образом, выполнены все задачи, поставленные мной, и достигнута цель работы: исследование различных способов решения одной математической задачи.

В результате проделанной работы я пришел к выводу, что каждый из примененных мной способов эффективен при решении вышеуказанной задачи, однако наиболее быстрыми способами являются схематический метод и метод Прокруста. Схематический способ отличается быстротой, наглядностью и отсутствием необходимости производить вычисления. Метод Прокруста является неординарным и рациональным, значительно помогает упростить решение задачи.

В результате выполнения исследовательской работы я расширил своё представление о способах решения математических задач, освоил и сравнил эти способы, показал их применение при решении одной задачи.

Полагаю, что практическая значимость полученных результатов велика, поскольку способы решения, изложенные в моей работе, могут быть полезны моим сверстникам при решении похожих задач, при этом они смогут выбрать наиболее удобный для себя способ.

Владение несколькими способами решения задач помогает не только быстрее и рациональнее решать задачи и чувствовать себя увереннее на уроках математики, но и способствует углублению знаний, развитию логического мышления, расширению кругозора.

Список используемых источников и литературы.

1. Балаян Э. Н. «Различные способы решения уравнений и задач по математике для подготовки к ЕГЭ и олимпиадам 7-11 классы.»- Ростовн/Д:Феникс, 2011.
2. Гаврилова Т.Д. «Занимательная математика». 5–11 классы. (Как сделать уроки математики нескучными) / Авт.-сост. Гаврилова Т.Д. – Волгоград: Учитель, 2005. – 96 с.
3. Пойа Д. «Как решать задачу: пособие для учителей» / пер. с англ. [В. Г. Звонаревой и Д. Н. Белла] ; под ред. Ю. М. Гайдука. — М. : Учпедгиз, 1959. — 208 с.
4. Спивак А.В. «Тысяча и одна задача по математике: Книга для учащихся 5-7 классов» / А.В. Спивак. – М. : Просвещение, 2002. – 207 с.
5. Фридман Л.М., Турецкий Е. Н. «Как научиться решать задачи: Книга для учащихся ст. классов сред. шк.»— М.: Просвещение, 1989. — 192 с.
6. Шевкин А.В. Материалы курса «Текстовые задачи в школьном курсе математики»: Лекции 1 – 4// А.В.Шевкин. М.: Педагогический университет “Первое сентября”, 2006. – 88 с.
7. Глухова О.Ю. «Система нестандартных задач по математике, приемы и методы решения» // Инновации в науке: сб. ст. по матер. XXIV междунар. науч.-практ. конф. № 8(21). – Новосибирск: СибАК, 2013.
8. Радченко В.П. Способ подбора при решении задач // Начальная школа. – 1998. – № 11-12.
9. Интернет-ресурс:
<https://urokisyovy.ru/index.php/component/content/article/1016-matematika/k-urokam-matematiki/8566-metod-prokrusta-ili-kak-razbojnik-stal-matematikom>

Приложения



Рис. 1. Результаты опроса